

DIE WIRKUNG DER OBERFLÄCHENNAHEN TURBULENZ AUF DEN SAUERSTOFFEINTRAG

R. FRIEDRICH

Sonderforschungsbereich 80

und

E. J. PLATE

Institut Wasserbau III, Universität Karlsruhe, Kaiserstraße 12, 7500 Karlsruhe, F.R.G.

Zusammenfassung—Der Austausch von Sauerstoff durch die Grenzfläche Wasser–Luft hängt von der Turbulenz der Flüssigkeitsphase ab. Zur Beschreibung dieses Vorganges wurden viele Modelle entwickelt, aber nur wenige basieren auf klar definierten und auch meßbaren Parametern, z.B. die Modelle von Fortescue und Pearson und Lamont und Scott. Bestehende Unsicherheiten über die Gültigkeit beider Modelle gaben die Veranlassung, einige Experimente in einer Küvette mit einem gegenläufig drehenden Rührersystem auszuführen. Die Versuchsergebnisse bestätigen die Funktion des Modells von Fortescue und Pearson, während keine Übereinstimmung mit dem Modell von Lamont und Scott nachzuweisen war. Die Meßdaten reichen jedoch nicht aus, um die Gültigkeit des letzteren Modells in Frage zu stellen. Für eine solch weitgehende Aussage muß die Dissipation in einer direkteren Weise bestimmt werden als es im Rahmen dieser Studie möglich war.

NOMENKLATUR

A ,	Oberfläche der Küvette [L^2];	Re ,	Reynoldszahl;
A_K ,	Trennfläche zwischen Kontrollvolumen mit der Sauerstoffkonzentration c und dem sauerstoffgesättigten Wasser [L^2];	s ,	Oberflächenenerneuerungsrate [T^{-1}];
B ,	Konstante;	S ,	Sauerstoffsättigungsdefizit [$M L^{-3}$];
c ,	Konzentration des Sauerstoffes [$M L^{-3}$];	t ,	Zeit [T];
c_{ss} ,	Sättigungskonzentration des Sauerstoffes [$M L^{-3}$];	t_e ,	Expositionszeit eines Fluidelementes an der Zwischenfläche [T];
d ,	Durchmesser [L];	T ,	Grunddimension Zeit;
D_m ,	molekularer Sauerstoffdiffusionskoeffizient [$L^2 T^{-1}$];	u ,	mittlere Geschwindigkeit in x -Richtung [$L T^{-1}$];
D_0 ,	Anfangssauerstoffsättigungsdefizit zum Zeitpunkt $t = 0$ [$M L^{-3}$];	$\overline{u'^2}^{1/2}$,	Standardabweichung der horizontalen Geschwindigkeit [$L T^{-1}$];
h ,	Wassertiefe [L];	U ,	Drehzahl [T^{-1}];
k_L ,	Sauerstoffübergangskoeffizient, bezogen auf die Basis 10 [$L T^{-1}$];	U_R ,	Umfangsgeschwindigkeit der Rotoren [$L T^{-1}$];
k_2 ,	Wiederbelüftungskonstante, bezogen auf die Basis 10 [T^{-1}];	$\overline{v'^2}^{1/2}$,	Standardabweichung der Geschwindigkeit in y -Richtung [$L T^{-1}$];
K_L ,	Sauerstoffübergangskoeffizient, bezogen auf die Basis e [$L T^{-1}$];	V ,	Rauminhalt des Kontrollvolumens [L^3];
K_2 ,	Wiederbelüftungskonstante, bezogen auf die Basis e [T^{-1}];	$\overline{w'^2}^{1/2}$,	Standardabweichung der Geschwindigkeit in vertikaler Richtung [$L T^{-1}$];
$K_{2(T^{\circ}C)}$,	K_2 -Wert für T (= vorhandene Temperatur) [T^{-1}];	W ,	charakteristische Wirbelgröße [L];
$K_{2(20^{\circ}C)}$,	K_2 -Wert für $T = 20^{\circ}C$ [T^{-1}];	x ,	horizontale Koordinate parallel zu den Rührwerksachsen [L];
l_e ,	charakteristisches Längenmaß der Turbulenz [L];	y ,	horizontale Koordinate senkrecht zu den Rührwerksachsen [L];
L ,	Grunddimension Länge;	z ,	vertikale Koordinate, bezogen auf den Drehpunkt der Rotoren [L];
L_f ,	Oberflächenfilmdicke [L];	z_w ,	Wassertiefe, bezogen auf den Drehpunkt der Rotoren [L];
m ,	Sauerstoffmasse [M];	β ,	Konstante;
M ,	Grunddimension Masse;	ε ,	Dissipation [$L^2 T^{-3}$];
n ,	Anzahl der in der Wasseroberfläche beobachteten Wirbelkerne;	Λ ,	Makromaß der Turbulenz [L];
p' ,	Fluktuation des Druckes [$M L^{-1} T^{-2}$];	ν ,	kinematische Zähigkeit des Wassers [$L^2 T^{-1}$];
		ρ ,	Dichte [$M L^{-3}$].

1. EINLEITUNG

DER LIMITIERENDE Faktor für den Sauerstoffeintrag aus der Atmosphäre in einen voll turbulenten Wasserkörper liegt in der Beschaffenheit der Phasengrenze und in dem Turbulenzverhalten der unmittelbar darunterliegenden Region. Dies ist das Ergebnis zahlreicher Untersuchungen, die das Thema Wiederbelüftung zum Gegenstand hatten. Meist wird dabei das Verhalten der oberflächennahen Region durch komplizierte Modelle beschrieben. Die Parameter dieser Modelle sind jedoch häufig nicht ohne weitere Annahmen experimentell zu bestimmen, oder das Modell orientiert sich an einfach bestimmbar Parametern der Hauptströmung. Im Hinblick auf weiterführende Versuche zum Thema Oberflächenenergie im Sonderforschungsbereich 80 der Universität Karlsruhe wurde eine Vorstudie an einer Küvette ausgeführt, die mit horizontalliegenden walzenförmigen Rotoren ausgestattet war. In diesem Gefäß wurden die turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten des Wassers, erzeugt durch verschiedene Drehzahlen der Rotoren, bei verschiedenen Wasserständen gemessen. Auf die Wasseroberfläche gestreutes Aluminiumpulver ermöglichte es, ein charakteristisches Längenmaß für die Wirbelaktivitäten in der Oberfläche zu bestimmen.

Genauere Beobachtungen der Strömungsvorgänge mit Hilfe eines wasserstoffbläschenerzeugenden Platindrahtes—wenige Millimeter unter der Wasseroberfläche—ergaben, daß Saugwirbel mit lotrechter Achse außerordentlich selten auftreten. Viel häufiger jedoch findet unmittelbar unter der Oberflächenhaut eine lokalbegrenzte horizontale Strömungsbewegung statt, die nicht notwendigerweise mit der Bewegungsrichtung der Oberflächenhaut übereinstimmen muß. Dieser "Sweep-Effekt"—wie er auch von Corino und Brodkey [1] an festen Grenzen beobachtet und beschrieben wurde—löst sauerstoffreiches Wasser aus der oberflächennahen Zone und transportiert es durch eine leicht abwärtsgerichtete Bewegung von der Oberfläche weg. Da die Turbulenzerzeugung an der Sohle des Gefäßes stattfindet, wächst mit zunehmendem vertikalen Abstand von der Oberfläche auch das Sauerstofftransportvermögen im Wasser, so daß es für den Sauerstoffeintrag vor allem auf die Stärke der oberflächennahen Bewegungen ankommt. Die anhand kleiner Staupartikel stets erkennbare Oberflächenhaut wurde nur bei kleinen Wassertiefen häufiger durch an die Oberfläche drängende Wasserballen beiseitegeschoben. Bei Wassertiefen $z \geq 10$ cm blieb die Haut im wesentlichen geschlossen, befand sich aber ständig in Bewegung. Die Bedeutung des Oberflächenfilms ist in bezug auf den Gesamteintrag noch nicht geklärt. In den nachfolgend beschriebenen Experimenten wurde deshalb versucht, durch gleichbleibende Wasserqualität die Filmwirkung konstant zu halten.

Die Versuchsergebnisse zeigen, daß die horizontalen

Geschwindigkeitsfluktuationen 1 cm unter dem Wasserspiegel nur von der Wassertiefe und einem Referenzwert dicht über dem Rührwerk abhängen, und daß der Sauerstoffeintragskoeffizient diesen horizontalen Fluktuationen proportional ist.

2. DIE PHYSIKALISCHEN GRUNDLAGEN ZUR BERECHNUNG DES SAUERSTOFFEINTRAGS

Adeney und Becker [2] beschreiben den rein physikalischen Lösungsvorgang des Sauerstoffs in Wasser in allgemein anerkannter Weise durch eine chemische Reaktion erster Ordnung, d.h. es wird die Annahme getroffen, daß die zeitliche Änderung der Sauerstoffmasse dm/dt in einem nicht mit Sauerstoff gesättigten Kontrollvolumen V , das mit der Grenzfläche A_K an eine sauerstoffgesättigte Wasserschicht angrenzt, direkt proportional zum Sauerstoffsättigungsdefizit ist:

$$\frac{dm}{dt} = V \frac{dc}{dt} = K_L A_K (c_s - c). \quad (1)$$

Mit den Definitionen für die Wassertiefe h , das Sauerstoffsättigungsdefizit S und die Wiederbelüftungskonstante K_2

$$h = V/A_K, \quad (2)$$

$$S = (c_s - c), \quad (3)$$

$$K_2 = K_L/h, \quad (4)$$

ergibt sich

$$\frac{dS}{dt} = -K_2 S, \quad (5)$$

wobei die Sauerstoffsättigungskonzentration c_s als Konstante betrachtet wurde. Nach Integration folgt

$$S = S_0 e^{-K_2 t} \quad (6)$$

oder

$$S = S_0 10^{-k_2 t} \quad (7)$$

mit k_2 als Wiederbelüftungskonstante bezogen auf die Basis 10 und S_0 als Anfangssättigungsdefizit im Zeitpunkt $t = 0$.

Aus Gleichungen (6) und (7) folgt

$$k_2 = K_2 \lg e. \quad (8)$$

Der Wiederbelüftungskoeffizient wird durch eine Reihe von Faktoren beeinflusst. Pietschmann und Reißig [3] nennen verschiedene wichtige Einflußparameter, von denen hier nur die Faktoren näher betrachtet werden sollen, die eine Erneuerung des Fluids im Bereich der Phasengrenzfläche bewirken.

3. MODELLE ZUR BERECHNUNG DER WIEDERBELÜFTUNG ALS FOLGE DES FLUIDAUSTAUSCHES IN DER OBERFLÄCHENNAHEN REGION

Zur Beschreibung der Erneuerung des Fluids im Bereich der Phasengrenze wurden von verschiedenen

Autoren Erneuerungsmodelle entwickelt. Bei diesen Modellen wird die generelle Annahme getroffen, daß der Sauerstoff molekular in die Oberflächenschicht hineindiffundiert. Über die vertikale Ausdehnung der Oberflächenschicht bestehen verschiedene Vorstellungen, von infinitesimal bis zu einer endlichen Größe L_t , die möglicherweise auch zufallsverteilt ist und durch einen mittleren Wert L_t dargestellt werden kann. Unter dieser molekularen Diffusionszone befindet sich ein homogen gemischter Wasserkörper, in dem turbulente Diffusion vorherrscht; diese ist von einer solchen Größenordnung, daß sie nicht als begrenzender Faktor des Wiederbelüftungsprozesses angesehen werden kann. Dies rechtfertigt die Annahme, daß sie unendlich groß ist.

Weiterhin wird angenommen, daß die Oberflächenschicht bzw. der Oberflächenfilm aus einzelnen Elementen besteht, die während eines bestimmten Zeitabschnittes den aus der Gasphase eindringenden Molekülen ausgesetzt sind.

Nach Ablauf des Zeitabschnittes werden sie von Fluidelementen, die aus der sauerstoffgesättigten Zone aufsteigen, verdrängt. Somit erhalten die zur Berechnung des Sauerstoffeintrags entwickelten Erneuerungsmodelle als Parameter die molekulare Diffusivität und eine mittlere Erneuerungsfrequenz, die auf unterschiedliche Weise dargestellt wird.

3.1. Das Eindringmodell

Bei diesem von Higbie [4] entwickelten Modell wird ein laminarer Film an der Wasseroberfläche angenommen. Dieser ist dick im Vergleich zu der Schicht, die von Gasmolekülen in der Zeit, die der Film an der Oberfläche existiert, durchdrungen werden kann.

Higbie setzt voraus, daß alle Oberflächenelemente das gleiche Alter erreichen, ehe sie ausgetauscht werden. Er erhält für den Sauerstoffübergangskoeffizienten K_L die Gleichung

$$K_L = 2 \left(\frac{D_m}{\pi t_e} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

wobei t_e die Expositionszeit des Fluidelementes an der Zwischenfläche und D_m den molekularen Diffusionskoeffizienten darstellt.

3.2. Das Oberflächenerneuerungsmodell

Das Modell von Danckwerts [5] geht von der Vorstellung aus, daß mit einer konstanten Rate s neue Oberflächenelemente gebildet werden, und daß das Austauschen der vorhandenen Elemente unabhängig von deren Alter ist. Er kommt zu dem Ergebnis

$$K_L = (D_m s)^{1/2}. \quad (10)$$

3.3. Das Modell der großen Wirbel

Fortescue und Pearson [6] modellierten die Oberfläche der turbulenten Flüssigkeit durch eine Serie permanenter rotierender Zellen. Mit einer Reihe von Annahmen hinsichtlich der Geschwindigkeits-

verteilung und der Geometrie dieser Zellen gelangen sie zu dem Ergebnis

$$K_L = 1,46 (D_m \overline{u'^2} / \Lambda)^{1/2}. \quad (11)$$

$\overline{u'^2}^{1/2}$ ist hierbei die Standardabweichung der Geschwindigkeitsfluktuationen relativ zum Mittelwert der Fließgeschwindigkeit und zugleich ein Maß für die Turbulenzintensität in Längsrichtung. Λ bezeichnet das zugehörige Makromaß der Turbulenz.

3.4. Das Wirbelzellenmodell

In diesem von Lamont und Scott [7] formulierten Modell wird — wie in dem Modell der großen Wirbel — angenommen, daß große Wirbel Wasser aus der Hauptströmung in die Nähe der Oberfläche transportieren. Diesen Wirbeln sind jedoch kleine Wirbel überlagert. Der Sauerstoff wird durch molekulare Diffusion in diese kleinen Wirbel eingetragen, die somit die entscheidende Rolle beim Wiederbelüftungsprozeß spielen. Die von Lamont und Scott gewonnene Diffusionsgleichung beinhaltet die Wellenlänge und Amplitude der Scherbewegung dieser kleinen Wirbel. Beide Größen werden aus dem Kovaszney Energiespektrum gewonnen [8]. Zur Berechnung der Gesamtwirkung aller Wirbelzellen wird über alle Wirbel des Dissipationsbereichs integriert. Für den Sauerstoffübergangskoeffizienten ergibt sich dann

$$K_L = 0,4 D_m^{1/2} (\epsilon / \nu)^{1/4}. \quad (12)$$

Dieses Modell setzt die Kenntnis der Dissipation ϵ und der kinematischen Viskosität ν in Oberflächennähe voraus. Die Dissipation läßt sich durch Messung der lokalen Gradienten der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung bestimmen. Batchelor [9] gibt jedoch Beziehungen an, bei denen mit der Turbulenzintensität und einem charakteristischen Längenmaß der Turbulenz die Dissipation berechnet werden kann.

3.5. Anwendbarkeit der Modelle

Formal sind alle genannten Modelle gleich: Der Sauerstoffübergangskoeffizient K_L ist der Wurzel des Produktes aus dem molekularen Diffusionskoeffizienten und einer Oberflächenerneuerungsfrequenz direkt proportional. Zur Bestimmung dieser Frequenz wird im konkreten Anwendungsfall mangels genauer Angaben bei dem Eindring- und dem Oberflächenenerneuerungsmodell ein Quotient aus einer charakteristischen Geschwindigkeit und einer charakteristischen Tiefe gebildet, z.B. aus mittlerer Geschwindigkeit der Hauptströmung und Wassertiefe. Das Modell der großen Wirbel verwendet dazu klar definierte charakteristische Größen der Turbulenz und ebenso das Wirbelzellenmodell. Die oben erwähnte Bestimmungsgleichung für die Dissipation lautet

$$\epsilon = \alpha u'^3 / l_e. \quad (13)$$

Hierbei ist α eine numerische Konstante, u' die Turbulenzintensität und l_e das Längenmaß der ener-

giereichen Wirbel. Verwendet man für die beiden letztgenannten Parameter die Standardabweichung der Geschwindigkeitsfluktuation und das bei Fortescue und Pearson verwendete Längenmaß Λ , so läßt sich das Wirbelzellenmodell folgendermaßen formulieren:

$$K_L = 0,4 \left(\frac{D_m}{\nu} \right)^{1/2} \overline{u'^2}^{1/2} \left(\frac{\nu \alpha}{\Lambda \overline{u'^2}^{1/2}} \right)^{1/4} \quad (14)$$

Diese Gleichung steht im Widerspruch zu dem Modell der großen Wirbel. In einer ausführlichen Diskussion dieses Widerspruchs kommen Brtko und Kabel [10] zu dem Ergebnis, daß das Modell der großen Wirbel für

$$Re_\Lambda = \overline{u'^2}^{1/2} \Lambda / \nu < 70, \quad (15)$$

das Wirbelzellenmodell für

$$Re_\Lambda > 750 \quad (16)$$

und für den dazwischen liegenden Bereich beide Modelle geeignet sind. Beide Modelle sollen auf die nachfolgend beschriebene Strömungsuntersuchung angewendet werden. Da bei diesen Experimenten weder die molekulare Diffusivität noch die Viskosität in signifikanter Weise geändert werden konnte, wurden die Messungen auf die Bestimmung der oberflächennahen Turbulenzparameter ausgerichtet.

4. VERSUCHSAUFBAU UND MESSPRINZIP

Die Versuche zur Bestimmung der Abhängigkeit des Wiederbelüftungskoeffizienten von der Turbulenzstruktur wurden in einer Glasküvette mit den Seitenlängen 50×50 cm und der Höhe 50 cm ausgeführt. Am Boden befanden sich 14 sternförmige Rotoren mit horizontalliegenden Achsen, die sich gegenläufig mit Drehzahlen $U < 17 \text{ s}^{-1}$ drehen. Der Durchmesser d des einhüllenden Umkreises der Rotoren betrug 2,3 cm (Abb. 1).

Für die Sauerstoffeintragsmessungen mußte im

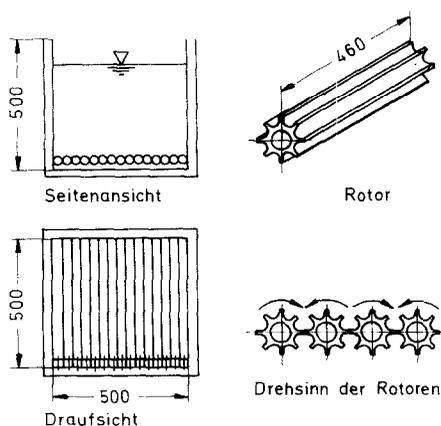


ABB. 1. Die Küvette.

Wasser ein Sauerstoffdefizit erzeugt werden. Dabei wurden zwei Verfahren angewendet: Die Zugabe von Natriumsulfit Na_2SO_3 oder Einleiten von gasförmigem Stickstoff. Letzteres Verfahren führte zu besser reproduzierbaren Werten. Die durch die Rotoren hervorgerufenen Geschwindigkeitsfluktuationen wurden in vertikaler und horizontaler Richtung mit Hilfe eines mit Braggzellen ausgestatteten Laseranemometers gemessen.

5. ZUR INTERPRETATION DER ERGEBNISSE DER TURBULENZMESSUNG

Hopfinger und Toly [11] geben eine zusammenfassende Darstellung von Turbulenzuntersuchungen in Küvetten, in denen die Turbulenz mit Gittern unterschiedlicher Konfiguration erzeugt wurde. Sie gehen dabei von der für den betrachteten Strömungszustand vereinfachten Gleichung für das turbulente Energiegleichgewicht aus:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) w' + \frac{1}{\rho} \overline{w' p'} \right) + \varepsilon = 0 \quad (17)$$

mit u' , v' , w' als Schwankungsgrößen der Geschwindigkeit in x , y und z Richtung, p' als Fluktuation des Druckes und ε als Dissipation. Der Mittelungsstrich über den Symbolen bedeutet lokale zeitliche Mittelung. Diese Beziehung basiert auf der Annahme, daß der Turbulenzzustand zeitlich und örtlich konstant ist, daß der Term für den viskosen Transport vernachlässigbar ist, daß homogene Dichteverteilung vorliegt und schließlich, daß keine Hauptströmung existiert. Damit steht der Energieflußdivergenzterm im Gleichgewicht mit der Dissipation [12].

Für jenen Tiefenbereich, in dem $\overline{u'^2}^{1/2} / \overline{w'^2}^{1/2} = \text{konstant}$ ist, läßt sich der erste Term in Gleichung (17) durch die Proportionalität

$$\frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) w' \sim \overline{u'^2}^{3/2} \quad (18)$$

darstellen. Der Druckterm wird mangels Information meist vernachlässigt. Er ist aber in jedem Fall proportional zu u'^3 . Für die Dissipation gilt nach Batchelor [9] Gleichung (13), wobei für das charakteristische Längenmaß der Turbulenz meist der Ansatz

$$l_c = \beta z \quad (19)$$

gemacht wird. α und β sind numerische Konstanten und z der Abstand vom Turbulenz erzeuger. Mit den Gleichungen (13), (18) und (19) läßt sich Gleichung (17) vereinfachen zu

$$\frac{d \overline{u'^2}^{3/2}}{dz} = -B \overline{u'^2}^{3/2} / (\beta z) \quad (20)$$

mit der Lösung

$$\frac{\overline{u'^2}^{3/2}}{(\overline{u'^2}^{1/2})_{z=z_0}} = \left(\frac{z}{z_0} \right)^{-2} \quad (21)$$

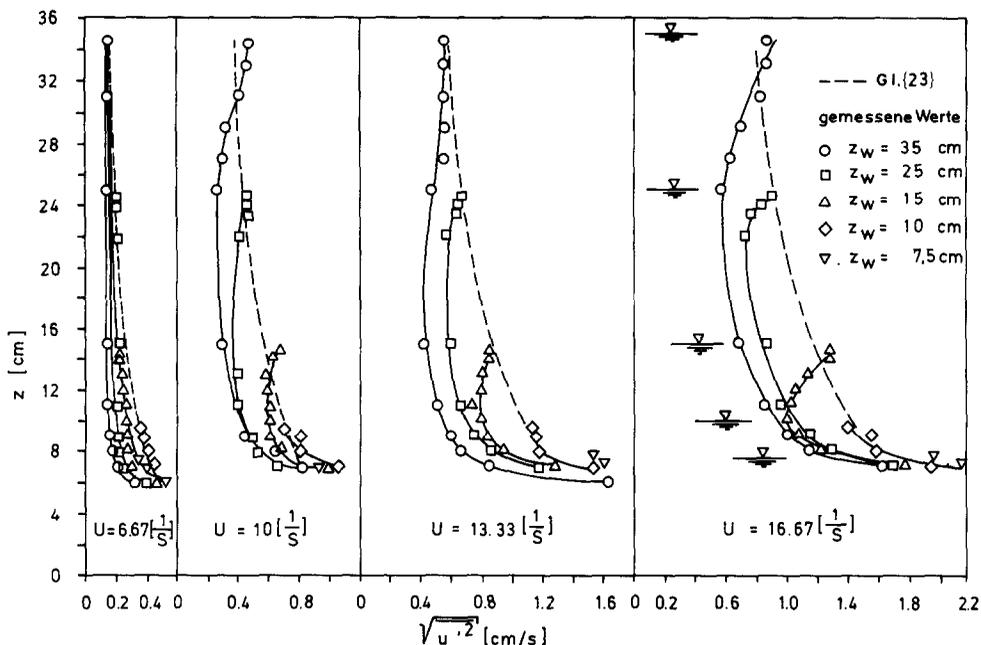


ABB. 2. Die Standardabweichungen der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen, dargestellt gegen die Wassertiefe z.

Dieser Ähnlichkeitsansatz, dessen konstanter Exponent γ experimentell zu ermitteln ist, erlaubt es, die Abnahme der turbulenten Fluktuation mit zunehmendem Abstand vom Turbulenzerzeuger zu bestimmen.

5.1. Die horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen

Die vertikalen Verteilungen der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen (Komponente parallel zu den Rührwerksachsen) wurden für die Wassertiefen $z_w = 35, 25, 15, 10$ und 7.5 cm bei Rotordrehzahlen von $U = 6.67, 10.0, 13.33, 16.67$ s^{-1} gemessen. Die entsprechenden Umfangsgeschwindigkeiten betragen $U_R = 48.17, 72.26, 96.34$ und 120.43 $cm\ s^{-1}$. Die Meßdaten werden dimensionsbehaftet für jeweils eine Drehzahl und fünf Wassertiefen gemeinsam in Abb. 2 dargestellt. Die horizontalen Fluktuationen nehmen

mit wachsenden Werten von z ab und steigen nahe dem Wasserspiegel wieder leicht an.

Nach Abb. 3 besteht bei einem vertikalen Abstand von $z_0 = 6,5$ cm von den Rotorenachsenmitten im untersuchten Drehzahlbereich ein näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen der Umfangsgeschwindigkeit der Rotoren U_R und der Standardabweichung der Geschwindigkeitsfluktuation $\overline{u'^2}^{1/2}$ von der Form

$$\frac{\overline{u_0'^2}^{1/2}}{U_R - U'_R} = 0,0242. \tag{22}$$

Der durch Extrapolation ermittelte Wert von $U'_R = 26,38$ $cm\ s^{-1}$ stellt eine ideale Umfangsgeschwindigkeit dar, bei der die Horizontalfuktuationen bei $z_0 = 6,5$ cm zum Erliegen kommen.

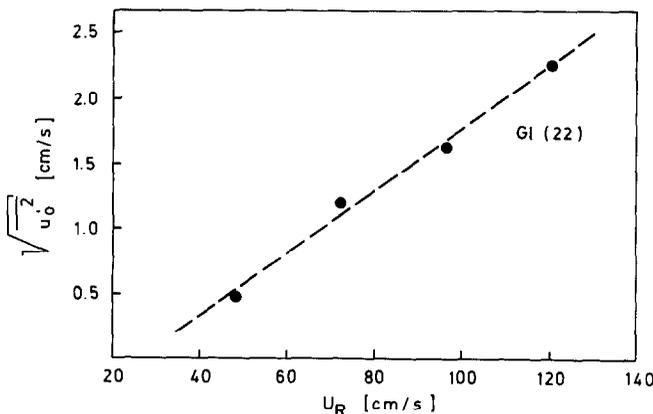


ABB. 3. Die bei $z = 6,5$ cm gemessenen Standardabweichungen der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit der Rotoren.

Da das Messen in unmittelbarer Nähe des Wasserspiegels mit großen Schwierigkeiten behaftet war, wurden als charakteristische Geschwindigkeiten für die Turbulenzbewegung in Oberflächennähe die 10 mm unter dem Wasserspiegel beobachteten Werte aus den in Abb. 2 eingetragenen Ausgleichskurven entnommen. Diese Werte lassen sich durch folgende, in Anlehnung an Gleichung (21) gewonnene, empirische Beziehung beschreiben:

$$\frac{\overline{u^2}^{1/2}}{\overline{u_0^2}^{1/2}} = 0,774 \left(\frac{z}{z_0} \right)^{-0,5} \quad (23)$$

Zusammen mit Gleichung (22) konnten somit anhand der Umfangsgeschwindigkeit der Rotoren die Standardabweichungen der Geschwindigkeitsfluktuationen nahe dem Wasserspiegel für alle untersuchten Wassertiefen berechnet werden.

5.2. Die vertikalen Geschwindigkeitsfluktuationen

Eine Analyse der 1 cm unter dem Wasserspiegel ermittelten vertikalen Geschwindigkeitsfluktuationen ergab für Wassertiefen $z_w < 15$ cm eine Funktion ähnlich Gleichung (23). Ab $z_w > 15$ cm sind die Schwankungsgeschwindigkeiten nur noch geringfügig von der Tiefe abhängig. Eine für beide Bereiche gültige Gleichung konnte nicht gefunden werden (s. auch die Ausführungen von Hopfinger und Toly über Messungen von Bouvard und Dumas [13]).

5.3. Die turbulenten Bewegungen in der Wasseroberfläche

Die turbulenten Bewegungen in der Wasseroberfläche wurden durch Aufstreuen von Aluminium-

pulver sichtbar gemacht (Abb. 4). Anhand der Beziehung

$$W = \left(\frac{4A}{n\pi} \right)^{1/2} \quad (24)$$

mit A = Oberfläche der Küvette, n = Anzahl der in der Wasseroberfläche beobachteten Wirbelkerne konnte eine charakteristische Wirbelgröße W ermittelt werden. Die Auftragung dieses Längenmaßes der Wirbel gegen die Drehzahl der Rotoren in dimensionsloser Form (Abb. 5) führt zu der Beziehung

$$\frac{W}{d} = F \left(\frac{U_R d}{v} \right)^{-1/2} \quad (25)$$

wobei $F = 415$ für $z_w > 20$ cm

und $F = 213(z_w/d)^{1/3}$ für $z_w < 20$ cm ist.

6. DER SAUERSTOFFEINTRAG ALS FOLGE DER TURBULENZ

Abbildung 6 zeigt den Verlauf dreier ausgewählter Kurven der Sauerstoffkonzentrationsmessungen als Funktion der Zeit für die Wassertiefe $z = 15$ cm und die drei Drehzahlen $U = 200, 600$ und 800 (min^{-1}). Der durch Gleichung (5) bzw. (6) oder (7) gegebene funktionale Verlauf ist mit den Meßpunkten nahezu identisch. Anhand derartiger Kurven wurde der k_2 -Wert und daraus der k_L -Wert berechnet. Aus konstruktiven Gründen befindet sich unter dem Rührerwalzensystem eine zum belüfteten Wasserkörper gehörende Menge Wasser, die bei der Berechnung des k_L -wertes nach Gleichung (4) berücksichtigt

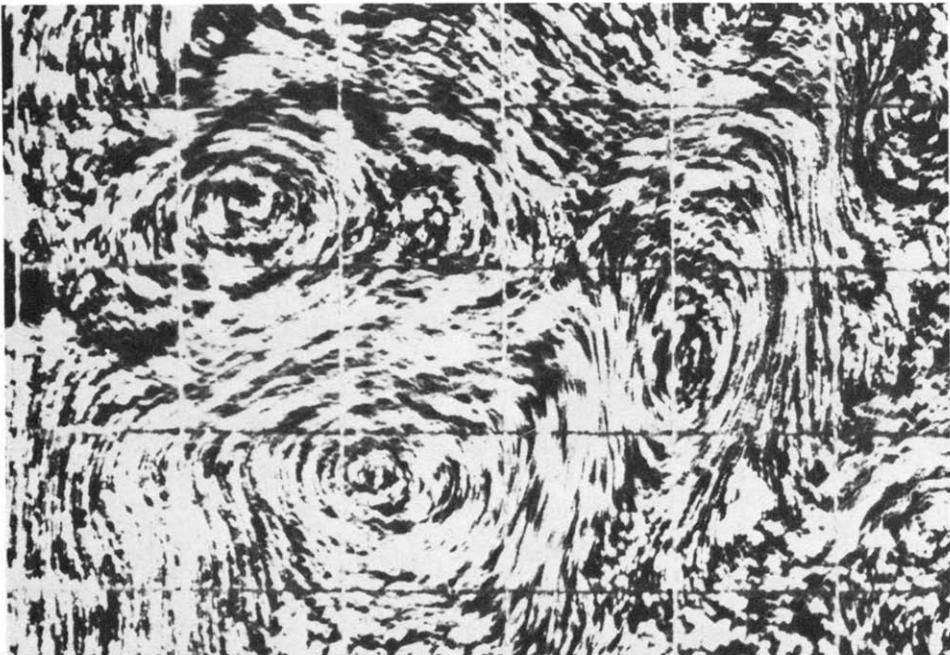


ABB. 4. Photographische Detail-Aufnahme der Wasseroberfläche. $M = 1:1$ bei $1000 U \text{ min}^{-1}$ und einer Wassertiefe z von 35 cm.

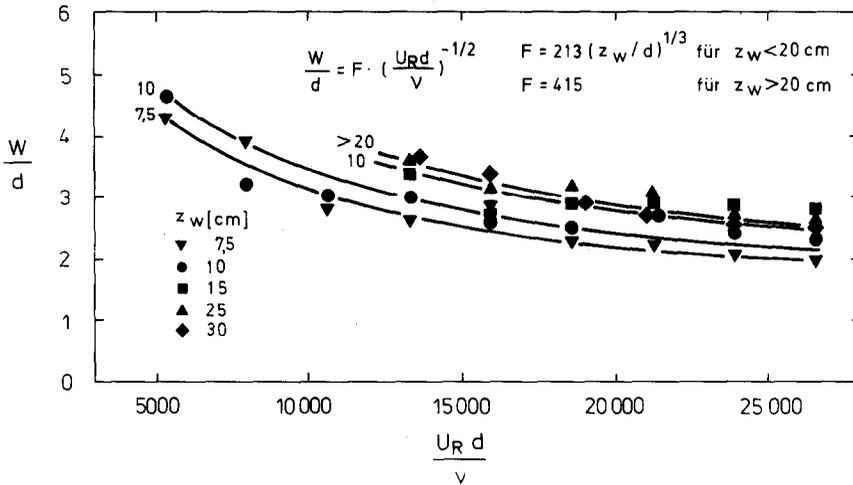


Abb. 5. Das Längenmaß der Oberflächenwirbel.

werden muß. Die gemessenen Sauerstoffübergangskoeffizienten k_L sowie die gemessenen und die nach Gleichungen (23) und (25) berechneten Turbulenzgrößen sind in Tabelle 1 aufgelistet.

6.1. Dimensionsanalytische Betrachtungen

Bei den Experimenten in der Kuvette wurden folgende Größen vorgegeben: Die Umfangsgeschwindigkeit der Rotoren U_R , die Rotorendurchmesser d , die Wassertiefe z_w , die kinematische Viskosität ν des Wassers und die molekulare Diffusivität D_m des

Sauerstoffs in Wasser. Für den von diesen Größen abhängigen Sauerstoffübergangskoeffizienten ergibt sich somit

$$k_L = f_1(U_R, d, z_w, \nu, D_m). \quad (26)$$

Bei Wiederbelüftungsexperimenten der hier beschriebenen Art bestimmen die Turbulenzverhältnisse im Bereich der Wasseroberfläche den Sauerstoffeintrag. Die Gleichungen (22), (23) und (25) ermöglichen es, zwei Größen zu berechnen, die für die in der Nähe des Wasserspiegels vorherrschende Turbulenz

Tabelle 1. Die gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten, Wirbeldurchmesser und Sauerstoffübergangskoeffizienten. Die Geschwindigkeiten sind die 10 mm unter dem Wasserspiegel beobachteten Werte

U (min^{-1})	z_w (cm)				
	7,5	10	15	25	35
300	0,236 8,13 9,0 177	0,155 8,95 7,4 88	$\overline{u_b^{2/2}}, \overline{u_g^{2/2}}$ (cm s^{-1}) W_b, W_g (cm) $k_L \times 10^6$ (cm s^{-1})		Indices: b = berechnet g = gemessen
400	0,527 0,49 7,04 6,5 395	0,347 0,38 7,75 7,0 315	0,278 0,23 8,97 14,0 211	0,212 0,2 9,25 12,4 219	0,178 0,16 9,25 15,1 169
500	0,819 6,3 6,0 387	0,539 6,93 6,9 433	0,432 7,93 7,9 279	0,329 8,27 8,3 246	0,277 8,27 8,3 165
600	1,11 1,2 5,74 6,5 529	0,73 0,73 6,32 6,0 460	0,586 0,62 7,24 6,4 323	0,447 0,5 7,5 7,3 269	0,376 0,46 7,55 7,7 223
700	1,4 5,32 5,4 488	0,922 5,86 5,7 527	0,739 6,7 6,7 363	0,564 6,99 7,4 291	0,474 6,99 6,7 293
800	1,693 1,64 4,97 5,1 711	1,114 1,14 5,48 6,5 621	0,893 0,87 6,27 6,7 393	0,682 0,65 6,54 7,1 321	0,573 0,55 6,54 6,5 321
900	1,984 4,69 4,8 590	1,305 5,16 5,7 533	1,047 5,91 6,5 460	0,799 6,16 6,3 337	0,672 6,16 6,0 403
1000	2,276 2,27 4,45 4,5 993	1,497 1,48 4,9 5,4 834	1,2 1,24 5,63 6,3 484	0,917 0,87 5,85 6,0 387	0,77 0,82 5,85 5,9 425

charakteristisch sind: eine charakteristische Geschwindigkeit in Form der horizontalen Fluktuation $\overline{u^{2^{1/2}}}$ und ein charakteristisches Längenmaß in Form des Wirbeldurchmessers W . Damit können die in Gleichung (26) genannten Geschwindigkeits- und Längenmaße substituiert werden. Für den Übergangskoeffizienten ergibt sich dann

$$k_L = f_2(\overline{u^{2^{1/2}}}, W, \nu, D_m). \quad (27)$$

Wenn der ganze Wiederbelüftungsprozeß primär durch die Makroturbulenz gesteuert wird, kann die kinematische Viskosität aus der Betrachtung ausgeschlossen werden. Damit reduziert sich die Parameterschar auf

$$k_L = f_3(\overline{u^{2^{1/2}}}, W, D_m). \quad (28)$$

Ist jedoch die Mikroturbulenz entscheidend, müssen dissipative Prozesse beachtet werden. Dabei spielt die Viskosität eine wichtige Rolle. Zur Bestimmung der Dissipation kann Gleichung (13) herangezogen werden. Damit ist die Parameterdarstellung nach Gleichung (27) zutreffend.

Die Funktionalität nach Gleichung (28) erlaubt es zwei dimensionslose Parameter zu bilden, so daß folgende Gleichung entsteht:

$$\frac{k_L W}{D_m} = c_1 \left(\frac{\overline{u^{2^{1/2}} W}}{D_m} \right)^\beta. \quad (29)$$

Diese Gleichung ist mit $\beta = 1/2$ identisch mit Gleichung (11), dem Ergebnis von Fortescue und Pearson.

Die Funktionalität nach Gleichung (27) führt zu drei dimensionslosen Parametern und damit zu folgender Beziehung:

$$\frac{k_L}{\overline{u^{2^{1/2}}}} = c_2 \left(\frac{D_m}{\nu} \right)^\gamma \left(\frac{\overline{u^{2^{1/2}} W}}{\nu} \right)^\delta. \quad (30)$$

Dies ist für $\alpha = 1$, $\gamma = 1/2$, $\delta = -1/4$ und $\Lambda = W$ das Ergebnis von Lamont und Scott [Gleichung (14)].

Inwieweit die Größen c_1 und β sowie c_2 , γ und δ von den genannten Autoren für die hier behandelte Strömungssituation zutreffend bestimmt wurden, soll nachfolgend untersucht werden.

6.2. Anwendung des Modells der großen Wirbel

Schließt man die molekulare Diffusivität von Sauerstoff in Wasser ($D_m = 2,065 \times 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ bei 20°C) in die Konstante der Gleichung (11) ein, so ergibt sich

$$k_L = c(\overline{u^{2^{1/2}}}/\Lambda)^{1/2}, \quad (31)$$

wobei $c = 0,0029 \text{ cm s}^{-1/2}$ und $k_L = K_L \lg e$ ist.

Gleichung (31) läßt sich unter Benutzung der in Tabelle 1 angegebenen Daten darstellen, wenn als charakteristisches Wirbelmaß die Größe W der Oberflächenwirbel verwendet wird. Abbildung 7 zeigt, daß die funktionale Abhängigkeit der Gleichung (31) sehr gut die experimentellen Werte beschreibt. Allerdings folgt für den Faktor c aus dieser Abbildung ein mittlerer Wert von etwa 0,00115; d.h. die mit dem Modell von Fortescue und Pearson vorhergesagten Werte des Sauerstoffübergangskoeffizienten sind etwa 2,5 mal größer als die beobachteten Werte.

6.3. Anwendung des Wirbelzellenmodells

Da die molekulare Diffusivität D_m nicht variiert wurde, konnte das Wirbelzellenmodell nur in der Form

$$\frac{k_L}{\overline{u^{2^{1/2}}}} = c_3 \left(\frac{\overline{u^{2^{1/2}} W}}{\nu} \right) \quad (32)$$

überprüft werden (Abb. 8). Abgesehen davon, daß die Streuung der Datenpunkte beträchtlich größer als bei dem Modell von Fortescue und Pearson ist, ist der Exponent $\delta = -1/4$, wie er von Lamont und Scott angegeben wird, nicht zutreffend.

Da die Datenpunkte zum größten Teil in den Bereich fallen, in dem nach Brtko und Kabel [10] beide Modelle weitgehend gleiche Resultate hervorbringen, ergibt sich, daß das Modell von Lamont und Scott entweder auch in dem hier untersuchten Bereich unzutreffend ist, oder daß die Dissipation mit den globalen Turbulenzparametern, wie sie in Gleichung (32) eingesetzt worden sind, nicht genügend genau berechnet wird.

Zu dieser noch offenen Frage sind weiterführende Experimente im Sonderforschungsbereich 80 der Universität Karlsruhe geplant.

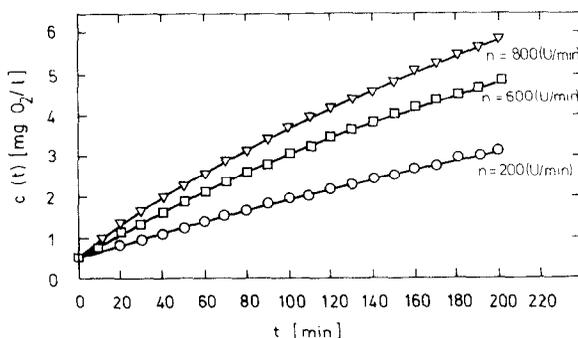


ABB. 6. Typische Kurven der Sauerstoffkonzentration c als Funktion der Versuchszeit t (Wassertiefe $z_w = 15 \text{ cm}$, Wassertemperatur $T = 18^\circ\text{C}$).

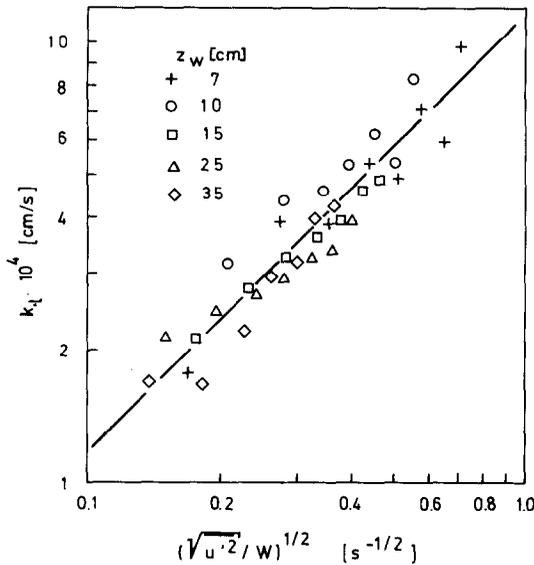


Abb. 7. Das Modell der großen Wirbel.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Zur Berechnung des Sauerstoffeintrags in turbulent bewegtes Wasser wurden von verschiedenen Autoren Modelle entwickelt, denen das physikalische Konzept der Oberflächenerneuerung zugrunde liegt. Da in den meisten Fällen die verwendeten Parameter nur indirekt bestimmbar sind, wurden in einer, mit horizontal liegenden, gegenläufig drehenden Rotoren ausgestatteten Küvette die Turbulenzverhältnisse insbesondere in der Nähe der Wasseroberfläche bei verschiedenen Wasserständen und Drehzahlen gemessen und die Ergebnisse zur Berechnung der verschiedenen Modelle benutzt.*

Die Turbulenzmessungen zeigten, daß für Wassertiefen $z_w < 15$ cm die turbulenten Bewegungen nahe der Wasseroberfläche in horizontaler und vertikaler Richtung linear miteinander korreliert sind. Für Wassertiefen $z_w > 25$ cm ändert sich die vertikale Geschwindigkeitsfluktuation nur noch geringfügig, während die horizontale Fluktuation weiterhin mit $z^{-0,5}$ abnimmt. Diese Beobachtung steht im Einklang mit Ergebnissen anderer Autoren. Da außerdem die horizontalen Fluktuationen 1 cm unter der Wasseroberfläche besser mit dem Sauerstoffeintragskoeffizienten korrelieren als die vertikalen Fluktuationen, weist alles darauf hin, daß letztere zwar die wesentliche Aufgabe des vertikalen Transportes wahrnehmen, erstere jedoch die entscheidende Rolle beim Lösen sauerstoffreicher Fluidpartikel aus

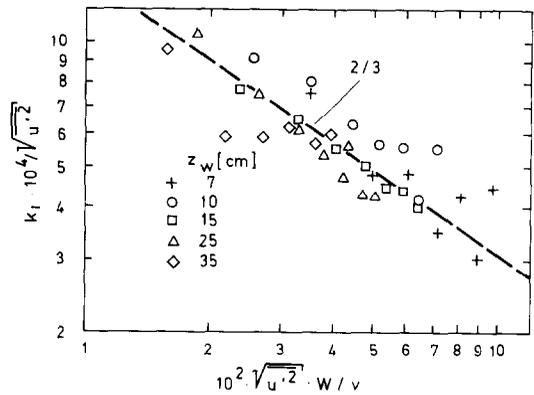


Abb. 8. Das Wirbelzellenmodell.

der Zone unmittelbar unter der Wasseroberfläche spielen. Dieser Prozeß ist den Sweep-Bewegungen in der Grenzschichtströmung an festen Wänden vergleichbar. Unter den untersuchten Modellen zur Berechnung des Sauerstoffeintrags gibt der von Fortescue und Pearson [6] entwickelte Ansatz die besten Resultate. Es sind weiterführende Untersuchungen mit dem Ziel geplant, die Parameter des Modells von Lamont und Scott [7] direkt zu bestimmen.

LITERATUR

1. E. R. Corino and R. S. Brodki, A visual investigation of the wall region in turbulent flow, *J. Fluid Mech.* **37**, 1-30 (1969).
2. W. E. Adeney and H. G. Becker, The determination of rate of solution of atmospheric nitrogen and oxygen by water, *Phil. Mag.* **38**, 317-337 (1919).
3. I. Pietschmann und H. Reissig, Der natürliche physikalische Sauerstoffeintrag in Fließgewässer, *Acta hydroem. hydrobiol.* **2**, 95-114 (1974).
4. R. Higbie, The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during periods of exposure, *Trans. Am. Inst. Chem. Engrs* **31**, 365-389 (1935).
5. R. V. Danckwerts, Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Ind. Engng Chem.* **43**, 1460-1467 (1951).
6. G. E. Fortescue and I. R. A. Pearson, On gas absorption into a turbulent liquid, *Chem. Engng Sci.* **22**, 1163-1175 (1967).
7. J. C. Lamont and D. S. Scott, An eddy model of mass transfer into the surface of a turbulent liquid, *A.I.Ch.E. JI* **16**, 513-519 (1970).
8. J. O. Hinze, *Turbulence*. McGraw-Hill, New York (1959).
9. G. K. Batchelor, *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, London (1953).
10. W. J. Brtko and R. L. Kabel, Transfer of gases at natural air-water interfaces, *J. Phys. Oceanography* **8**, 543-556 (1978).
11. E. J. Hopfinger and J. A. Toly, Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, *J. Fluid Mech.* **78**, 155-175 (1976).
12. W. Rodi, Turbulence models and their application in hydraulics, presented by the IAHR-Section on Fundamentals of Division II, Exp. and Math. Fluid Dynamics (1980).
13. M. Bouvard and H. Dumas, Application de la méthode du fil chaud à la mesure de la turbulence dans l'eau, *Houille Blanche* **22**, 257-278; **22**, 723-733 (1967).

*Die in diesem Bericht verwendeten Daten sind der Diplomarbeit von Herrn G. Rastetter entnommen worden. Für den Aufbau der Meßapparatur und die Durchführung der Messungen sei ihm an dieser Stelle herzlich gedankt.

EFFET DE LA TURBULENCE EN REGION DE SURFACE SUR LE COEFFICIENT DE REAERATION

Résumé — L'échange d'oxygène à travers l'interface air-eau dépend de la turbulence de la phase liquide. Plusieurs modèles concernent ce problème mais seulement peu d'entre eux sont basés sur des paramètres clairement définis et mesurables, par exemple les modèles de Fortescue et Pearson (1967), Lamont et Scott (1970). Quelques incertitudes sur la validité des deux modèles justifient la réalisation de quelques expériences dans un réservoir d'eau avec un système d'agitation contra-rotatif. Les résultats expérimentaux montrent clairement les fonctions du modèle de Fortescue et de Pearson, tandis qu'un faible agrément est trouvé avec le modèle de Lamont et de Scott. Mais les données ne sont pas suffisantes pour rejeter le dernier modèle, ce qui peut être tenté seulement en mesurant la dissipation d'une manière plus directe que dans cette étude.

EFFECT OF TURBULENCE IN THE SURFACE REGION ON THE RE-AERATION COEFFICIENT

Abstract—The exchange of oxygen across the air-water interface depends on the turbulence of the liquid phase. Several models concerned with that process have been developed, but only a few models are based on clearly defined, measurable parameters, i.e. the models of Fortescue and Pearson and Lamont and Scott. Some uncertainties about the validity of both models led to some experiments in a water tank with a counter-rotating stirring system. The experimental results confirm Fortescue and Pearson's model, whilst poor agreement was found with the Lamont and Scott model. But the data are not a sufficient basis on which to reject the latter model; only by measuring the dissipation in a more direct manner would that be possible.

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ НА КОЭФФИЦИЕНТ АЭРАЦИИ

Аннотация — Показано, что перенос кислорода через границу раздела воздух-вода зависит от турбулентности жидкой фазы. В настоящее время известен ряд моделей процесса, но лишь некоторые из них основаны на определяемых путем непосредственных измерений параметрах. Это модели Фортескю и Пирсона (1967), а также Ламона и Скотта (1970). Для подтверждения справедливости этих моделей был проведен ряд экспериментов в резервуаре с водой, снабженном системой противоположно вращающихся мешалок. Результаты экспериментов подтвердили справедливость первой модели и выявили существенные расхождения со второй. Однако этих данных недостаточно для того, чтобы отвергать последнюю модель. Для этого необходимы экспериментальные данные по непосредственному измерению отдельных составляющих степени диссипации кинетической энергии при оценке минимально возможного их количества по изотропным соотношениям.